

Державна підсумкова атестація за освітніми програмами основної загальної освіти з МАТЕМАТИКИ

**Демонстраційний варіант
контрольних вимірювальних матеріалів для проведення
у 2025 році основного державного іспиту
з МАТЕМАТИКИ**

Пояснення до демонстраційного варіанту екзаменаційної роботи

Демонстраційний варіант призначений для того, щоб дати можливість учаснику іспиту і широкій громадськості скласти уявлення про структуру майбутньої екзаменаційної роботи, кількості і формі завдань, а також їх рівні складності. Ці відомості дають можливість виробити стратегію підготовки до здачі іспиту з математики.

Завдання демонстраційного варіанту не відображають усіх питань змісту, які можуть бути включені в контрольні вимірювальні матеріали в 2025 році. Структура роботи приведена в специфікації, а повний перелік питань – у кодифікаторах елементів змісту і вимог до рівня підготовки випускників закладів освіти для проведення державної підсумкової атестації в 2025 році з математики.

До кожного завдання наведено варіанти розв'язання.

Наведені критерії оцінювання дозволяють скласти уявлення про вимоги до повноти і правильності розв'язків.

Інструкція по виконанню роботи

Екзаменаційна робота складається з двох модулів: «Алгебра» і «Геометрія». У кожному модулі дві частини, які відрізняються за змістом, складністю і кількістю завдань, що відповідають перевірці на базовому і підвищеному рівнях складності.

Модуль «Алгебра» містить 12 завдань: в частині 1 – 9 завдань (1-9) з короткою відповіддю; в частині 2 – 3 завдання (14-16) з розгорнутою відповіддю.

Модуль «Геометрія» містить 6 завдань: в частині 1 – 4 завдань (10-13) з короткою відповіддю; в частині 2 – 2 завдання (17-18) з розгорнутою відповіддю.

Всього в роботі 18 завдань, з яких 13 завдань базового рівня, 4 завдання підвищеного рівня та 1 завдання високого рівня складності.

На виконання екзаменаційної роботи з математики відводиться 3 години 55 хвилин (235 хвилин).

Правильне розв'язання кожного з завдань 1-13 оцінюється одним балом.

Правильне розв'язання кожного з завдань 14,15,17,18 – 2 балами, завдань 16 – 3 балами.

Максимальний первинний бал за виконання всієї роботи – 24 бали. З них на модуль «Алгебра» припадає 16 балів, а на модуль «Геометрія» – 8 балів.

Для успішного проходження підсумкової атестації необхідно набрати в сумі мінімальну кількість балів, що встановлюється щорічно спеціальною Комісією Міністерства освіти ПМР, з яких необхідна кількість балів встановлюється окремо для модуля «Геометрія».

Завдання з короткою відповіддю (1-13) вважається виконаним, якщо в бланку відповідей № 1 зафіксовано вірну відповідь у вигляді однієї цифри, яка відповідає номеру правильної відповіді, числа або послідовності цифр. Відповідь запишіть у поле відповіді в тексті роботи, а потім перенесіть у бланк відповідей №1. Якщо вийшов звичайний дріб, відповідь запишіть у вигляді десяткового.

Відповідь: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Завдання 14-18 з розгорнутою відповіддю, в числі яких чотири завдання підвищеного і два завдання високого рівнів складності. Розв'язки завдань частини 2 і відповіді до них запишіть на бланку відповідей №2. Завдання можна виконувати в будь-якому порядку, починаючи з будь-якого модуля. Текст завдання переписувати не треба, необхідно тільки вказати його номер.

Спочатку виконуйте завдання частини 1. Почати радимо з тих завдань, які викликають у Вас менше труднощів, потім переходите до інших завдань. Для економії часу пропускайте завдання, яке не вдається виконати відразу, і переходите до наступного. Якщо у Вас залишиться час, Ви зможете повернутися до пропущених завдань.

При виконанні частини 1 всі необхідні обчислення, перетворення виконуйте в чернетці. **Записи в чернетці, а також в тексті контрольних вимірювальних матеріалів не враховуються при оцінюванні роботи.**

Якщо завдання містить рисунок, то на ньому безпосередньо в тексті роботи можна виконувати необхідні Вам побудови. Рекомендуємо уважно читати умову і проводити перевірку отриманої відповіді.

При виконанні роботи Ви можете скористатися довідниковими матеріалами, виданими разом з варіантом.

Всі бланки реєстрації і відповідей заповнюються яскравими чорними чорнилами. Допускається використання гелевої, капілярної або пір'яної ручок.

Бали, отримані Вами за виконані завдання, сумуються. Постарайтеся виконати якомога більше завдань і набрати найбільшу кількість балів.

Після завершення роботи перевірте, щоб відповідь на кожне завдання в бланках відповідей №1 і №2 була записана під правильним номером.

Бажаємо успіху!

ДОВІДНИКОВІ МАТЕРІАЛИ З МАТЕМАТИКИ

АЛГЕБРА

- Формула коренів квадратного рівняння:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Якщо квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$ має два кореня x_1 і x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- Якщо квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$ має один корінь x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметичної прогресії (a_n), перший член якої дорівнює a_1 і різниця дорівнює d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула перших n членів арифметичної прогресії:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометричної прогресії (b_n), перший член якої дорівнює b_1 і різниця дорівнює q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула перших n членів геометричної прогресії:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$$

Таблиця квадратів двозначних чисел

		Одиниці									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРІЯ

- Сума кутів опуклого n -кутника дорівнює $180^\circ(n-2)$.
- Радіус r кола, вписаного в правильний трикутник зі стороною a , дорівнює $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радіус R кола, описаного навколо правильного трикутника зі стороною a , дорівнює $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.
- Для трикутника ABC зі сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

де R – радіус описаного кола.

- Для трикутника ABC зі сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула довжини l дуги кола радіуса R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула довжини l дуги кола радіуса R , на яку опирається центральний кут в φ градусів:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площі S паралелограма зі стороною a і висотою h , проведеною до цієї сторони:

$$S = ah.$$

- Формула площі S трикутника зі стороною a і висотою h , проведеною до цієї сторони:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площі S трапеції з основами a , b і висотою h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площі S круга радіуса R :

$$S = \pi R^2.$$

Частина 1

Відповідями до завдань 1-13 є цифра, число або послідовність цифр. Відповідь слід записати в БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ № 1 праворуч від номера завдання, що виконується починаючи з першої клітинки. Кожну цифру, знак мінус та кому пишуть в окремій клітинці відповідно за наведеними в бланку зразками. Одиниці вимірювань писати не потрібно.

Модуль «Алгебра»
1. Дії зі звичайними та десятковими дробами. Степінь.

Знайдіть значення виразу $15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

Розв'язання.

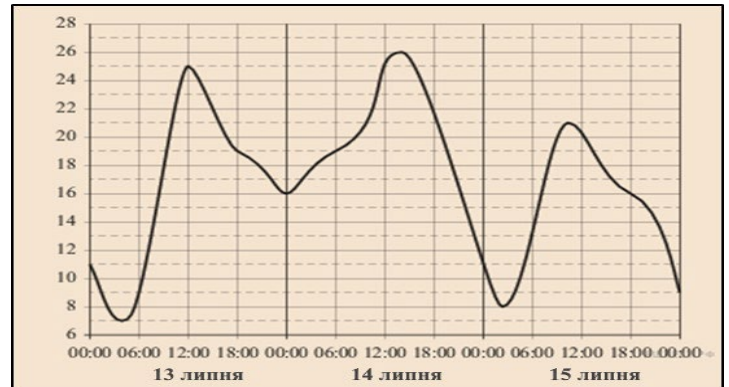
Вynesемо спільний множник за дужки:

$$\begin{aligned} 15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) &= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 8\right) = \\ &= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-5 + 8) = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 3 = -1 \end{aligned}$$

Відповідь: -1.

2. Визначення та обчислення величин за графіком.

На рисунку показано зміну температури повітря протягом трьох діб. По горизонталі вказується дата і час доби, по вертикалі - значення температури в градусах Цельсія. Визначте за рисунком різницю між найбільшою і найменшою температурою повітря 15 липня. Відповідь дайте у градусах Цельсія.



Розв'язок.

З графіка видно, що 15 липня найбільша температура становила 21°C, а найменша 8°C. Їх різниця становить 13°C.

Відповідь: 13.

3. Розв'язання рівнянь та їх систем.

Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5. \end{cases}$
У відповідь запишіть $x + y$.

Розв'язок.

Розділимо обидві частини першого рівняння на 2 і розв'яжемо систему методом підстановки:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x + 2x - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 4x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

Шукана сума дорівнює 3,5.

Відповідь: 3,5.

4. Найпростіші задачі на пропорції і відсотки.

Зошит коштує 24 рубля. Скільки рублів заплатить покупець за 60 зошитів, якщо при покупці більше 50 зошитів магазин робить знижку 10% від вартості всієї покупки?

Розв'язок.

За 60 зошитів покупець заплатив би $60 \cdot 24 = 1440$ рублів. Знижка становитиме 10%, т. т. 144 рубля. Значить, покупець заплатить $1440 - 144 = 1296$ рублів.

Відповідь: 1296.

5. Початки теорії ймовірностей.

У лижних гонках беруть участь 11 спортсменів з Росії, 6 спортсменів з Норвегії та 3 спортсмени зі Швеції. Порядок, у якому спортсмени стартують, визначається жеребкуванням. Знайдіть ймовірність того, що першим буде стартувати спортсмен з Росії.

Розв'язок.

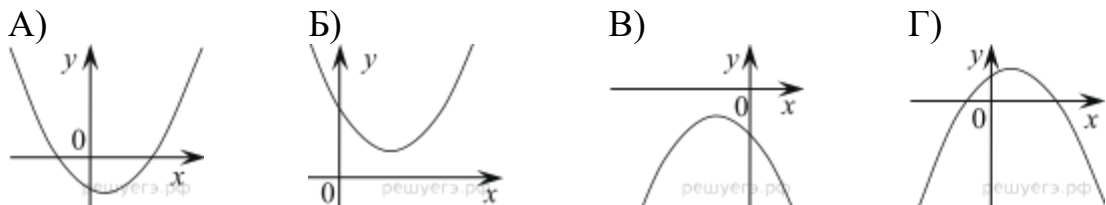
Всього спортсменів $11 + 6 + 3 = 20$ осіб. Тому ймовірність того, що першим буде стартувати спортсмен з Росії дорівнює $\frac{11}{20} = 0,55$.

Відповідь: 0,55.

6. Графіки функцій.

На рисунку зображені графіки функцій виду $y = ax^2 + bx + c$. Для кожного графіка вкажіть відповідні йому значення коефіцієнта a і дискримінанта D .

Графіки



Знаки чисел

- 1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D > 0$ 4) $a < 0, D < 0$

Запишіть у відповідь цифри, розташували їх в порядку, відповідному буквам:

А	Б	В	Г

Розв'язок.

Графік функції $y = ax^2 + bx + c$ — парабола. Гілки цієї параболи спрямовані вверх, якщо $a > 0$ і вниз, якщо $a < 0$. При $D > 0$ рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ має два кореня, тобто графік функції $y = ax^2 + bx + c$ має два перетинання з віссю абсцис, якщо $D < 0$, то коренів немає, а відповідно графік не перетинає вісь абсцис. Таким чином, отримуємо відповідь: А — 1, Б — 2, В — 4, Г — 3.

Відповідь: 1243.

7. Арифметична і геометрична прогресії.

Дано п'ятнадцять чисел, перше з яких дорівнює 6, а кожне наступне більше попереднього на 4. Знайти п'ятнадцяте з даних чисел.

Розв'язок.

Послідовність, що описана в умові, утворює арифметичну прогресію з першим членом, рівним шести, і різницею 4. П'ятнадцятий член даної прогресії дорівнює: $a_{15} = a_1 + 14d = 6 + 4 \cdot 14 = 6 + 56 = 62$.

Відповідь: 62.

8. Обчислення алгебраїчних виразів

Спростіть вираз $(2 - c)^2 - c(c + 4)$, знайдіть його значення при $c = 0,5$. У відповідь запишіть отримане число.

Розв'язок.

Спростимо вираз:

$$(2 - c)^2 - c(c + 4) = 4 - 4c + c^2 - c^2 - 4c = -8c + 4.$$

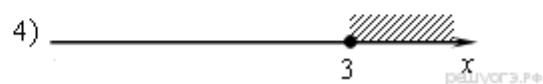
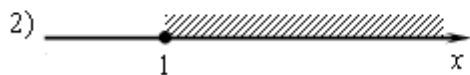
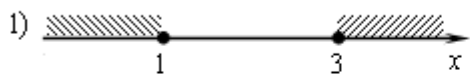
Знайдемо значення отриманого виразу при $c = 0,5$:

$$-8 \cdot 0,5 + 4 = -4 + 4 = 0.$$

Відповідь: 0.

9. Розв'язування нерівностей

На якому рисунку зображено множину розв'язків нерівності $x^2 - 4x + 3 \geq 0$? У відповіді вкажіть номер вірного варіанту.



Розв'язок.

Розв'яжемо нерівність: $x^2 - 4x + 3 \geq 0$. Коренями рівняння $x^2 - 4x + 3 = 0$ є числа 1 і 3. Тому

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x \leq 1. \end{cases}$$

Множину розв'язків нерівності зображено на рис. 1.

Вірну відповідь можна знайти під номером 1.

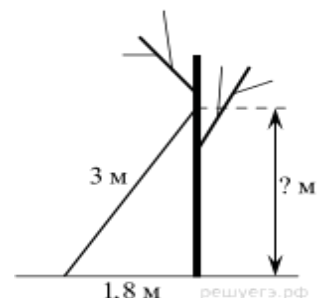
Відповідь: 1.

Модуль «Геометрія»

10. Практичні задачі з геометрії.

Драбину довжиною 3 м притулили до дерева. На якій висоті (в метрах) знаходиться верхній її кінець, якщо нижній кінець відстоїть від стовбура дерева на 1,8 м?

Розв'язок.



Завдання зводиться до знаходження катета прямокутного трикутника, за теоремою Піфагора він дорівнює:

$$\sqrt{3^2 - 1,8^2} = \sqrt{9 - 3,24} = 2,4.$$

Відповідь: 2,4.

11. Трикутники, чотирикутники та їх елементи, коло і круг.

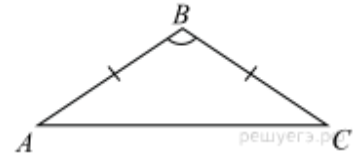
У трикутнику ABC відомо, що $AB = BC$, $\angle ABC = 108^\circ$. Знайдіть кут BCA . Відповідь дайте в градусах.

Розв'язок.

Трикутник ABC - рівнобедрений,

отже, $\angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$

Відповідь: 36



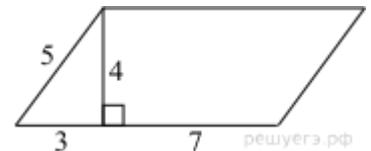
12. Площі фігур.

Знайдіть площу паралелограма, зображеного на рисунку.

Розв'язок.

Площа паралелограма дорівнює добутку довжини основи на висоту:
 $S = (3 + 7) \cdot 4 = 40$.

Відповідь: 40.



13. Аналіз геометричних висловлювань.

Вкажіть номери вірних тверджень.

1) Бісектриса рівнобедреного трикутника, проведена з вершини, протилежної основи, ділить основу на дві рівні частини.

2) В будь-якому прямокутнику діагоналі взаємно перпендикулярні.

3) Для точки, що лежить на колі, відстань до центра кола дорівнює радіусу.

Якщо тверджень декілька, запишіть їх номери в порядку зростання.

Розв'язок.

Перевіримо кожне з тверджень.

1) «Бісектриса рівнобедреного трикутника, проведена з вершини, протилежної основи, ділить основу на дві рівні частини» - вірно по властивості рівнобедреного трикутника.

2) «В будь-якому прямокутнику діагоналі взаємно перпендикулярні» – *невірно*, це твердження справедливе лише для ромба і квадрата, а не для прямокутника.

3) «Для точки, що лежить на колі, відстань до центра кола дорівнює радіусу» – вірно, так як коло – множина точок, що знаходяться на заданій відстані від даної точки.

Відповідь: 13.

Частина II

Для запису розв'язків і відповідей на завдання 14- 18 використовуйте БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ №2. Запишіть спочатку номер завдання (14,15 і т.д.), що виконуєте, а потім повне обґрунтоване розв'язання і відповідь. Відповіді записуйте чітко і розбірливо.

Модуль «Алгебра»

14. Алгебраїчні вирази, рівняння, нерівності та їх системи.

Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2. \end{cases}$$

Розв'язок.

1 спосіб

Виразимо одну змінну через іншу з другого рівняння і підставимо отриманий вираз в перше рівняння

$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ (y-4) = 2x + 2y - 16, \\ x + y - 8 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(-2x+12-6) = 0, \\ y = -2x + 12, \\ x + y - 8 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 6. \end{cases}$$

Зауважимо, що пара коренів (4;4) не є коренями рівняння, тому що при $x=4, y=4$ знаменник другого рівняння перетворюється в нуль.

Відповідь: (3; 6).

2 спосіб

Добуток двох множників дорівнює нулю тоді і лише тоді, коли хоча б один із множників дорівнює нулю, а інший при цьому має зміст.

$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4 = 0, \\ y-6 = 0, \end{cases} \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4 = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} y-6 = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ \frac{y-4}{4+y-8} = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} y = 6, \\ \frac{6-4}{x+6-8} = 2; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ \frac{y-4}{y-4} = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} y = 6, \\ \frac{2}{x-2} = 2; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6, \\ x - 2 = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6, \\ x = 3. \end{cases}$$

Відповідь: (3; 6).

15. Текстові задачі.

Перша труба пропускає на 2 літри води у хвилину менше, ніж друга. Скільки літрів води за хвилину пропускає друга труба, якщо резервуар об'ємом 130 літрів вона заповнює на 4 хвилини швидше, ніж перша труба заповнює резервуар об'ємом 136 літрів?

Розв'язок.

Нехай друга труба пропускає x літрів води за хвилину, $x > 2$, тоді перша труба пропускає $x-2$ літра за хвилину.

Складемо таблицю за даними задачі:

	Продуктивність (л/хв)	Час (хв)	Об'єм робіт (л)
Перша труба	$x-2$	$\frac{136}{x-2}$	136
Друга труба	x	$\frac{130}{x}$	130

Так як друга труба заповнила резервуар на 4 хвилини швидше, отримуємо рівняння: $\frac{136}{x-2} - \frac{130}{x} = 4$

Розв'яжемо рівняння:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2x+13)(x-10)}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+13=0, \\ x-10=0, \\ x(x-2) \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6,5, \\ x=10, \\ x(x-2) \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6,5, \\ x=10. \end{cases}$$

Відкидаючи сторонній розв'язок $-6,5$, отримуємо, що друга труба пропускає 10 літрів за хвилину.

Відповідь: 10 літрів.

16. Функції та їх властивості. Графіки функцій.

Побудуйте графік функції $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$ і визначте, при яких

значеннях k побудований графік не буде мати спільних точок з прямою $y = kx$.

Розв'язок.

- 1) Знайдемо область визначення функції:

$$D(y): x^2 - 6x - 27 \neq 0 \Leftrightarrow$$

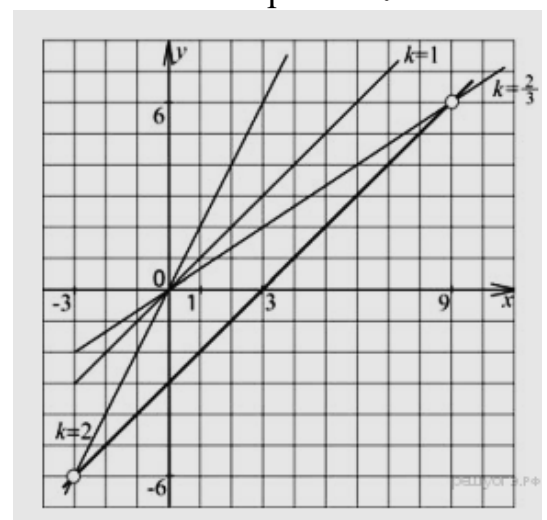
$$(x-9)(x+3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 9, \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; +\infty)$$

- 2) Перетворимо функцію:

$$y = \frac{(x-9)(x-3)(x+3)}{(x-9)(x+3)} \Rightarrow (y = x - 3, \\ x \neq -3, y \neq 9)$$

- 3) Графік — пряма $y = x - 3$ без двох точок



$(-3;-6)$ и $(9;6)$.

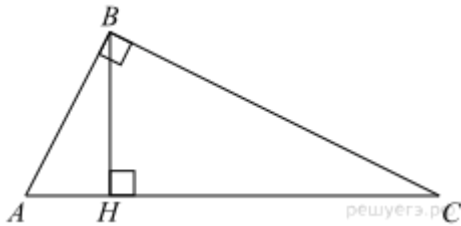
- 4) Пряма $y = kx$ не буде мати з побудованою прямою спільних точок, якщо вона буде їй паралельна, т. т. при $k = 1$, і якщо вона буде проходити через виколоті точки. Через першу з цих точок пряма $y = kx$ проходить, якщо $k = 2$, а через другу — якщо $k = \frac{2}{3}$.

Відповідь: $\frac{2}{3}; 1; 2$.

Модуль «Геометрія»

17. Геометричні задачі на обчислення.

Точка H є основою висоти, проведеної з вершини прямого кута B трикутника ABC до гіпотенузи AC . Знайдіть AB , якщо $AH = 5$, $AC = 20$.



Розв'язок.

Оскільки BH — висота трикутника ABC , прямокутні трикутники ABC і AHB подібні.

Отже, $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$

Звідки $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 10$.

Відповідь: 10.

18. Геометричні задачі на доведення.

Доведіть, що бісектриси кутів рівнобедреного трикутника рівні.

Розв'язання.

Маємо: $\triangle ABC$; $AB = CB$ $\angle ACK = \angle KCB = \angle MAC = \angle BAM$

Доведемо, що $AM = CK$.

1) $\triangle ACK = \triangle CAM$ за стороною та двома

прилеглими кутами:

а) AC — спільна;

б) $\angle KAC = \angle MCA$ за властивістю кутів

рівнобедреного трикутника;

